

ОФИМ им. С. Л. Соболева СО РАН
Лаборатория теоретико-вероятностных методов

Б. Ю. Пичугин

Population Modeler

программа для индивидуум-ориентированного
моделирования сообществ взаимодействующих особей

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект
№09-01-00098-А) и СО РАН (интеграционный проект №26)

План доклада

1	Базовые предположения	3
1.1	Переходы	4
1.2	Взаимодействия	5
2	Особенности реализации	7
3	Примеры использования	9
3.1	Ветвящийся процесс	9
3.2	Модель распространения туберкулеза	10
3.3	Модель травления сообщества	14
3.3.1	Случай $c(t) \equiv 0$: токсичного вещества нет	16
3.3.2	Добавим токсичное вещество	17

1. Базовые предположения

Программа **Population Modeler** предназначена для проведения численных экспериментов с моделями сообществ особей, удовлетворяющих следующим предположениям:

- все сообщество поделено на несколько популяций;
- каждая особь сообщества может быть охарактеризована набором параметров;
- изменение состояния сообщества происходит скачкообразно;
- скачки состояния сообщества могут быть вызваны переходами или взаимодействиями.

Примеры параметров: пол, масса, стадия развития, ...

1.1. Переходы

- переход — это «запланированное» изменение состояния сообщества;
- переходы могут быть нескольких типов;
- моменты возникновения переходов описываются ветвящимся процессом типа Беллмана–Харриса с несколькими типами частиц, в котором тип частицы интерпретируется как тип перехода;
- цепь переходов может быть инициирована в момент рождения особи или в момент взаимодействия особей;
- распределение времени между переходами и результат перехода может зависеть от параметров особей, участвующих в переходах.

Примеры: вступление в половозрелую стадию, значимое изменение массы или линейных размеров, производство потомства, гибель в результате старения, . . .

1.2. Взаимодействия

- взаимодействие — это «незапланированное» изменение состояния сообщества;
- взаимодействия могут быть нескольких типов;
- моменты возникновения взаимодействий описываются пуассоновским потоком, интенсивность которого может зависеть от времени и состояния сообщества;
- каждой особи может быть сопоставлен набор весов, которые характеризуют интенсивность с которой особь принимает участие во взаимодействиях;
- в результате взаимодействия каждый участник может изменить свои параметры, или произвести потомство, или погибнуть;
- в результате взаимодействия может быть инициирована цепь переходов.

Примеры: конкуренция, хищничество, воздействие среды, ...

В частности, при помощи данной программы можно рассчитывать реализации широкого класса ветвящихся случайных процессов с взаимодействием частиц и марковских случайных процессов как с дискретным так и с непрерывным временем.

2. Особенности реализации

Первая версия программы

- <http://iitam.omsk.net.ru/~pichugin/files/publication/pm.zip>
- 2000–2006 год;
- C++;
- модель описывается на специально разработанном языке;
- алгоритм накопления ошибки для представления моментов времени;
- эффективное нахождение момента ближайшего перехода;
- возможность расчета сообществ в несколько сотен тысяч особей;
- использование мультипликативного датчика псевдослучайных чисел $\text{mod } 2^{40}$, с возможностью задавать начальный прыжок;

Вторая версия программы

- 2009+ год;
- Java \Rightarrow кроссплатформенность;
- новый алгоритм поиска ближайшего момента перехода, построенный на базе алгоритма сортировки кучей;
- новый алгоритм выбора особи для взаимодействия, построенный на базе почти полного бинарного дерева;
- использование мультипликативного датчика случайных чисел **mod 2^{128}** , с возможностью задавать начальный прыжок;
- эффективное использование памяти позволяет рассчитывать сообщества в несколько миллионов особей;
- программа реализована в виде библиотеки java-классов (интерфейса пользователя пока нет).

3. Примеры использования

3.1. Ветвящийся процесс

Каждая особь x популяции

- живет время $\ell_x \in U(0; 1)$;
- в возрасте $a_{x1}, a_{x2} \in U(\frac{1}{3}; 1)$ производит по одному потомку, если $a_{xi} < \ell_x$;

Известно^a, что $\mathbf{EZ}(t) \sim e^{\alpha+\beta t}$, $\alpha = 0.1164$, $\beta = -0.7181$.

Осредняя $N = 10^6$ реализаций процесса $\mathbf{Z}(t)$ получили оценку $\mathbf{EZ}(t)$, из которой методом МНК получили точечные оценки

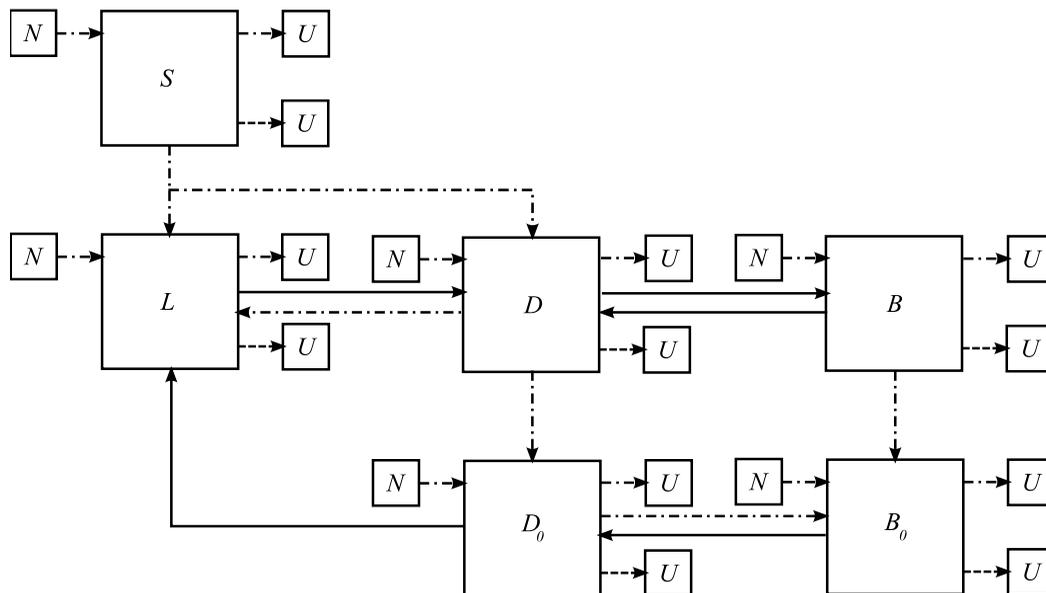
$$\alpha^* = 0.1098, \quad \beta^* = -0.7185$$

и интервальные оценки

$$(0.0984; 0.1213), \quad (-0.7193; -0.7171), \quad 95\%.$$

^aJagers P. *Branching processes with biological applications*. 1975.

3.2. Модель распространения туберкулеза

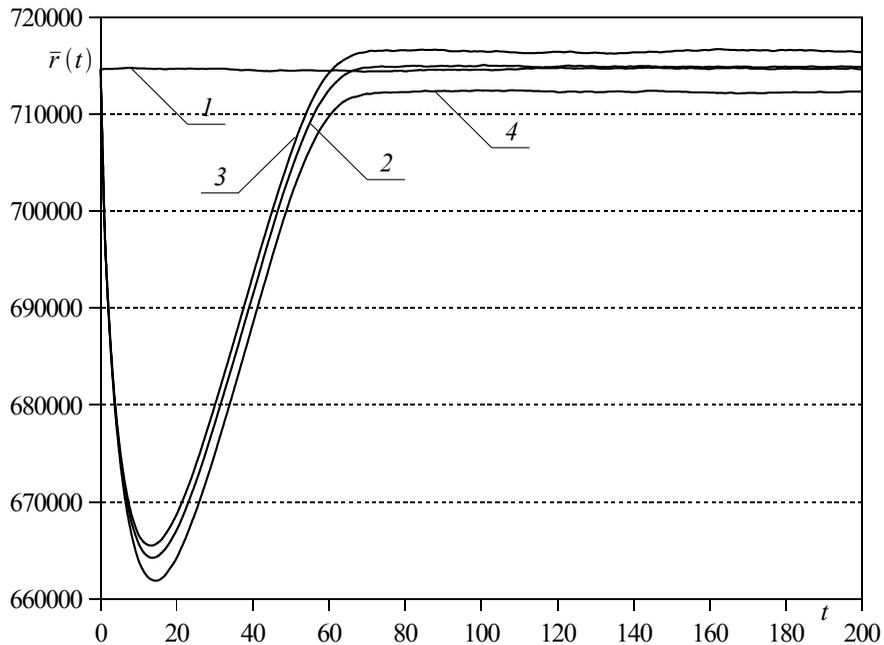


—— переходы, обусловленные окончанием случайного времени пребывания в когорте,

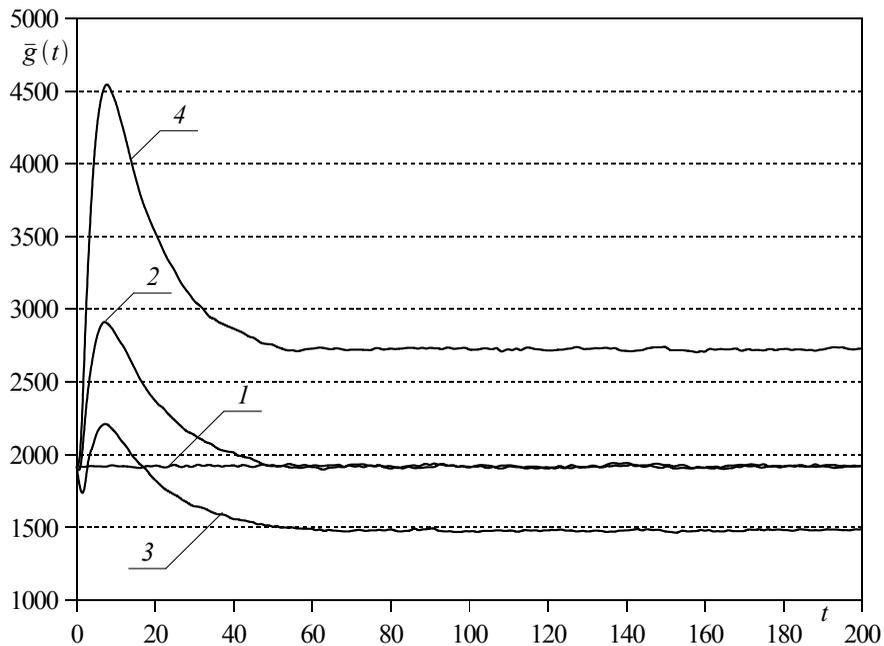
---- гибель индивидуумов в результате старения,

-·-·- пуассоновские потоки различной интенсивности.

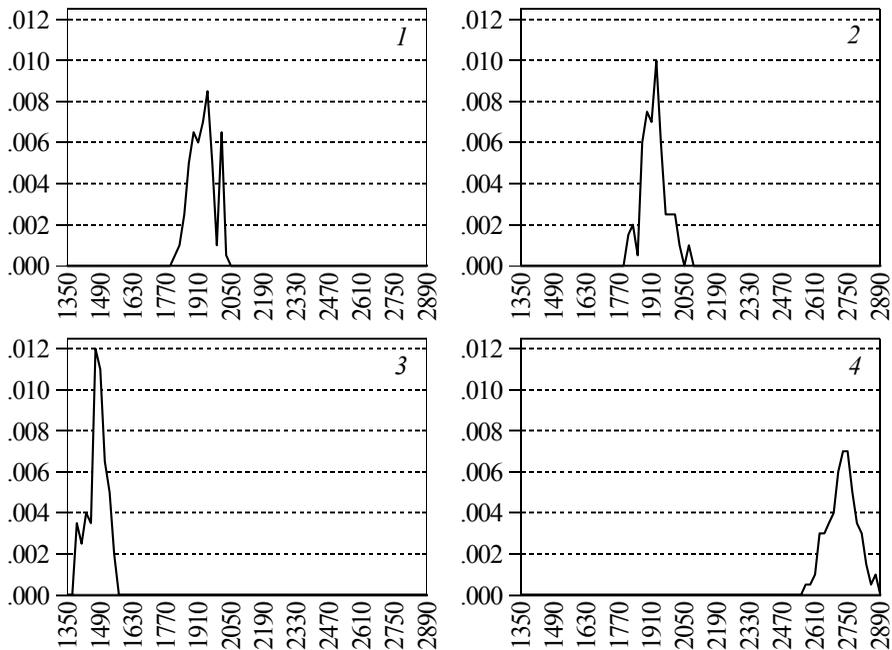
Н. В. Перцев, Б. Ю. Пичугин. Индивидуум-ориентированная стохастическая модель распространения туберкулеза // Сиб. журн. индустр. математики. 2008. Т. 12. № 2(38). С. 97–110.



Оценка средней численности популяции.



Оценка средней численности выявленных больных.

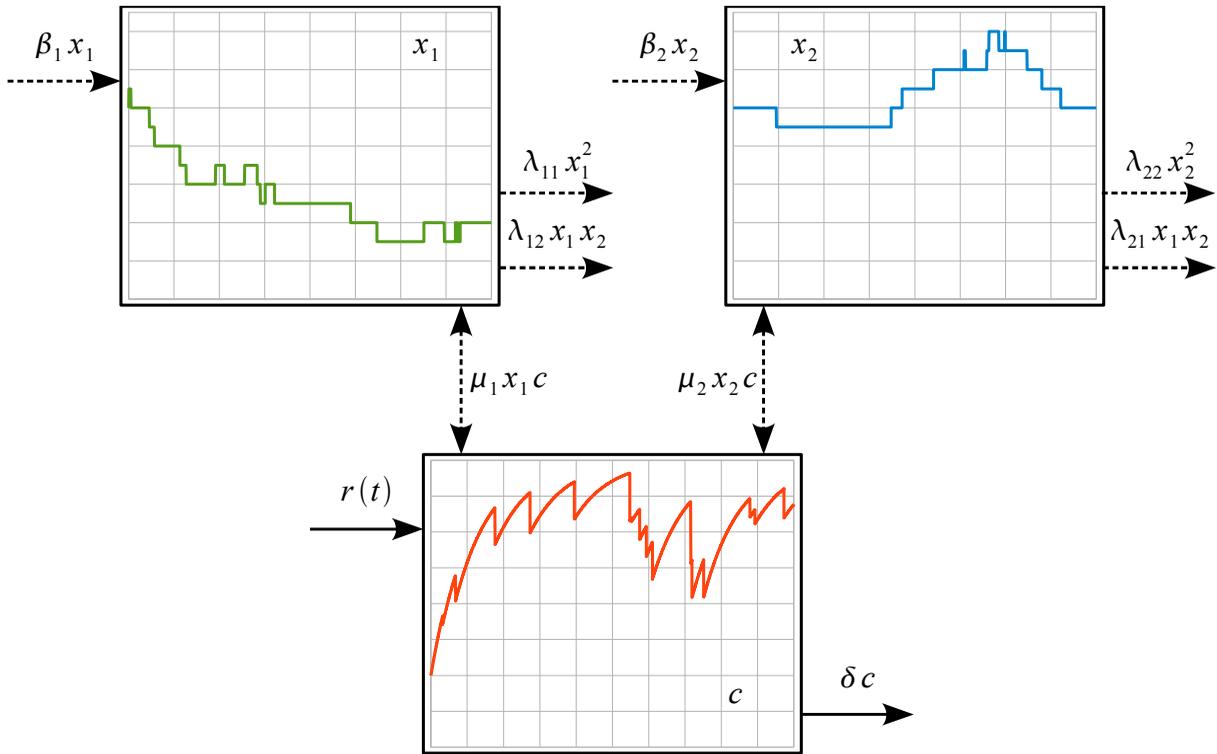


Гистограммы распределений численности выявленных больных в момент $t = 200$.

3.3. Модель травления сообщества

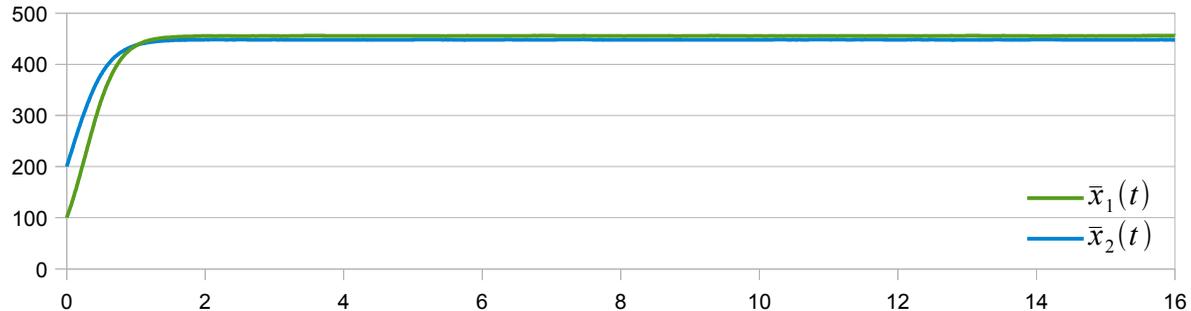
- особи дают потомство с постоянной интенсивностью;
- особи погибают вследствие парной конкуренции с другими особями сообщества;
- приток особей извне и миграция особей отсутствуют;
- в среду обитания особей поступает токсичное вещество (ТВ):
 $\dot{c} = r - \delta c.$
- интенсивность взаимодействия особи с ТВ пропорциональна объему ТВ;
- при взаимодействии особи с ТВ расходуется случайное количество ТВ и, если это количество больше некоторого порога, то особь погибает.

Н. В. Перцев, Б. Ю. Пичугин, К. К. Логинов. Статистическое моделирование динамики популяций, развивающихся в условиях воздействия токсичных веществ. 2010.



$$\dot{c} = r(t) - \delta c(t)$$

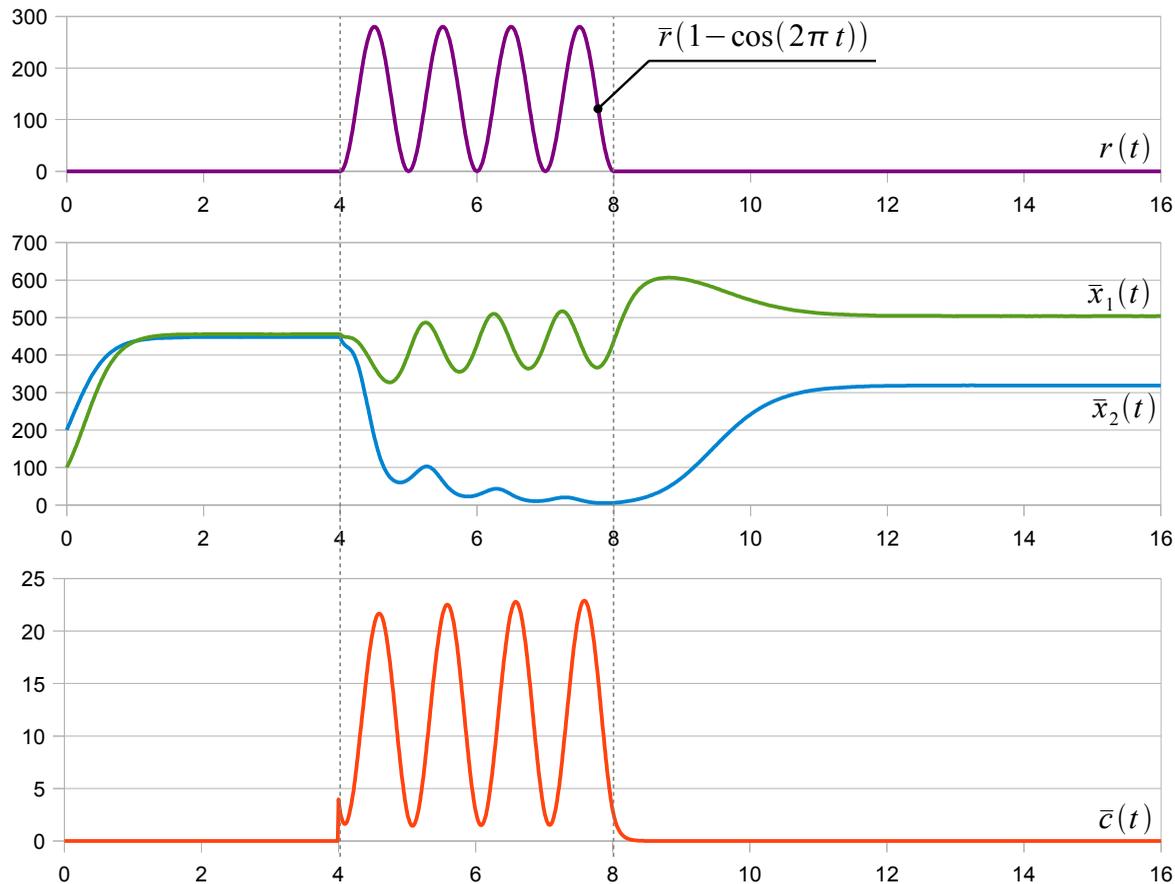
3.3.1. Случай $c(t) \equiv 0$: токсичного вещества нет



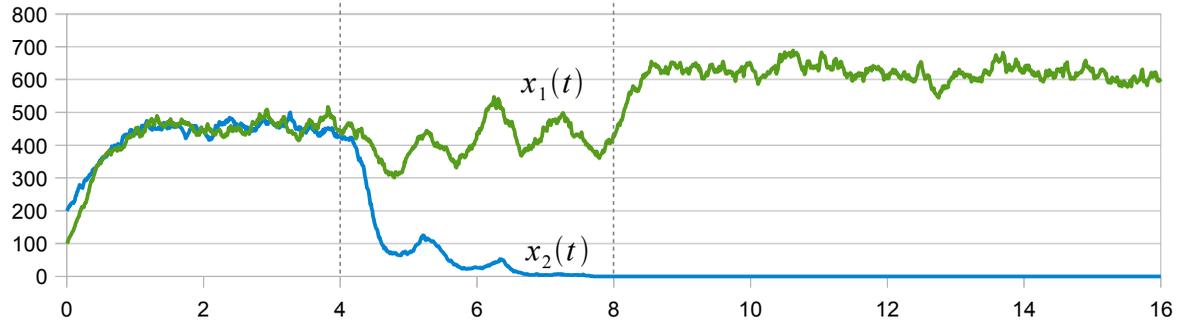
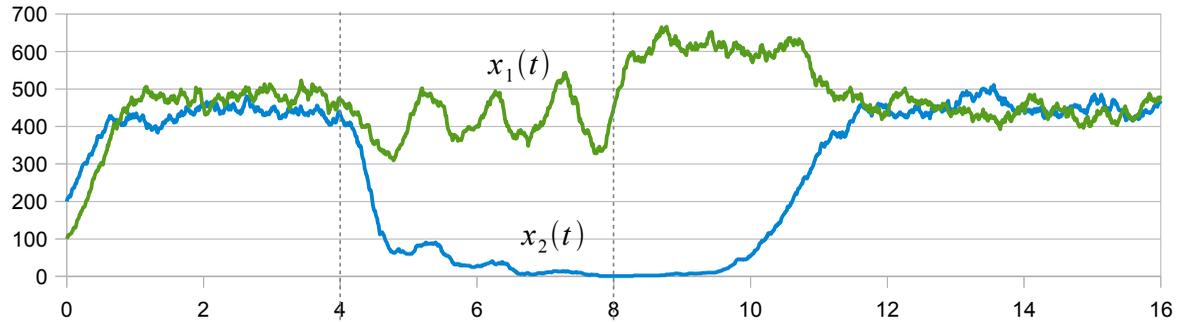
Если пренебречь дисперсией и ковариацией, то математическое ожидание описывается моделью Лотки-Вольтерра

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \beta_1 x_1 - \lambda_{11} x_1^2 - \lambda_{12} x_1 x_2, \\ \dot{x}_2 = \beta_2 x_2 - \lambda_{21} x_1 x_2 - \lambda_{22} x_2^2. \end{cases}$$

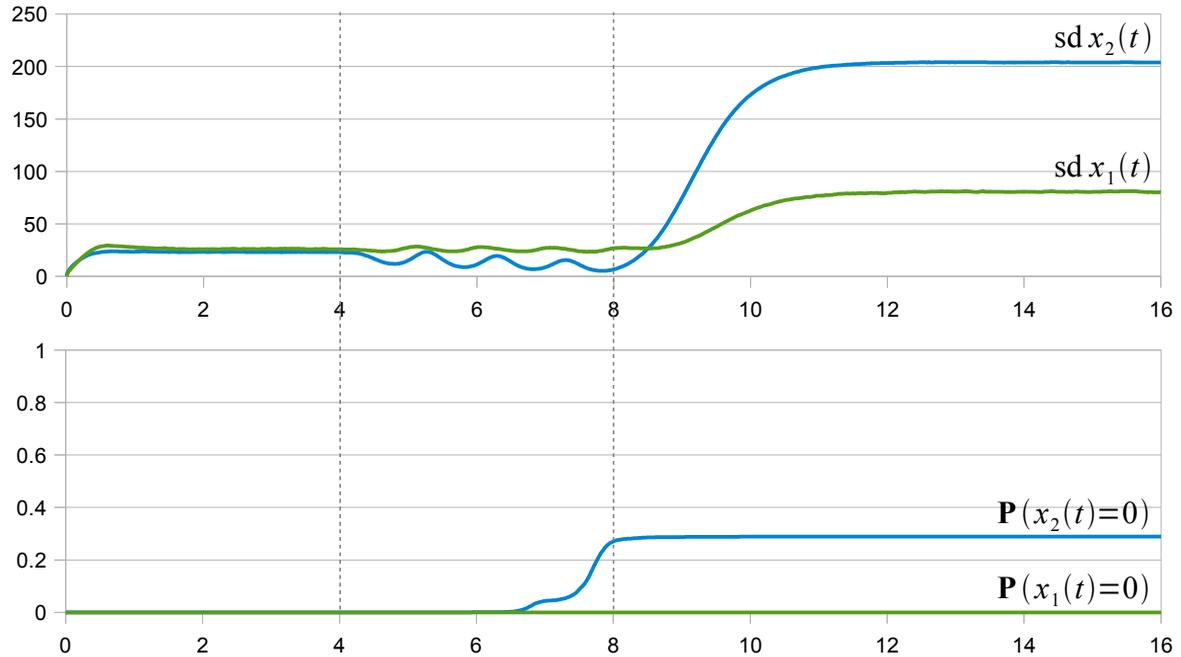
3.3.2. Добавим токсичное вещество



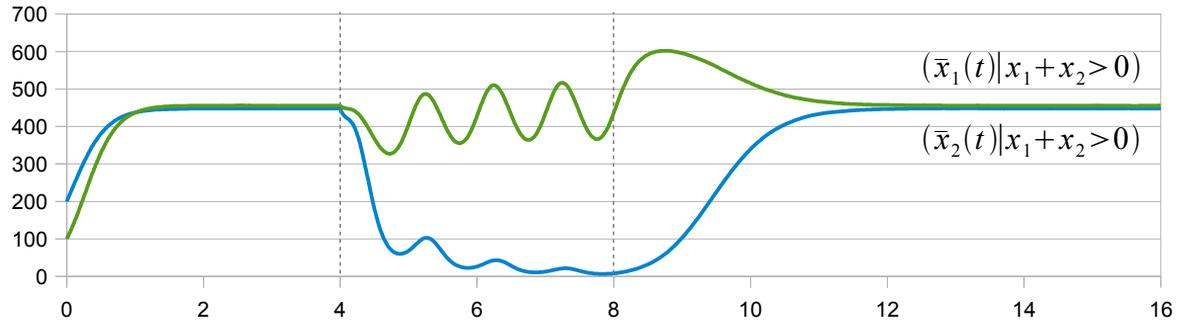
Оценки математических ожиданий



Типичные реализации



Стандартное отклонение и вероятность вырождения



Оценки математических ожиданий при условии невырождения

Спасибо за внимание.