

Определение местоположения высокой точности для одночастотных приёмников спутниковой навигации с использованием инерциальных датчиков

Д.Ю.Першин, А.С.Щербаков

Д.Ю.Першин

Институт систем информатики СО РАН

email:dyp@perchine.com

А.С.Щербаков

email:anton.scherbakov@gmail.com

Аннотация

Местоположение приемника в системе спутниковой навигации вычисляется пересечением сфер от разных спутников. Радиусы сфер определяются неточно из-за ионосферной и тропосферной задержек, релятивистского эффекта, эффекта приема отраженного сигнала и др. факторов. Без каких-либо коррекций точность определения местоположения составляет 30-50 метров.

В данной работе рассматривается модель, в которой учитывается максимальное количество дополнительных данных для коррекции ошибок. Для исправления ионосферной задержки используются данные IONEX о состоянии ионосферы. Все используемые данные хранятся на международных серверах.

Для улучшения точности навигации используются инерциальные MEMS-датчики (акселерометр, гироскоп, магнитометр). В работе описан кинематический метод определения местоположения высокой точности. Для минимизации ошибок приборов спутниковой навигации и инерциальных датчиков использован фильтр Калмана.

Ключевые слова: *спутниковая навигация, ГЛОНАСС, GPS, IMU, инерциальные MEMS-датчики, фильтр Калмана, одночастотный приёмник, точные орбиты и часы спутников*

1 Введение

Спутниковая система навигации (GNSS, global navigation satellite system) — комплексная электронно-техническая система, состоящая из совокупности наземного и космического оборудования, предназначенная для определения местоположения (позиционирования), а также параметров движения (скорости, направления движения и др.) для различных целей. *Местоположение* определяется тремя координатами приёмника спутниковой навигации в некоторой системе координат. Обычно используются системы координат ECEF (Earth centered & earth fixed, декартова система координат с началом в точке центра масс Земного шара), WGS84 (World Geodetic System 1984, сферическая система координат с началом в точке центра масс Земного шара). Если местоположение считается

в сферической системе координат и третья координата (высота) неизвестна, то позиционирование является *двумерным*. Если в процессе позиционирования координаты приёмника не меняются, то позиционирование называется *статическим*. В противном случае говорят о *кинематическом* позиционировании.

Система спутниковой навигации включает в себя орбитальную группировку, состоящую из нескольких (от 2 до 30) спутников, излучающих специальные радиосигналы, наземную систему контроля, приёмное клиентское оборудование ("спутниковые навигаторы"). Возможно также использование системы наземных станций, позволяющих повысить точность определения координат, системы для передачи пользователям уточнённых координат и часов спутников.

Местоположение приемника в системе спутниковой навигации вычисляется пересечением сфер от разных спутников. Радиусы сфер определяются неточно из-за ионосферной и тропосферной задержек, релятивистского эффекта, эффекта приема отраженного сигнала и других факторов. Без каких-либо коррекций точность определения местоположения составляет 30-50 метров.

В настоящее время существует несколько систем спутниковой навигации:

1. GPS (Global positioning system) - система спутниковой навигации, принадлежащая министерству обороны США. GPS позволяет в любом месте Земли (за исключением приполярных областей), почти при любой погоде, а также в космическом пространстве вблизи планеты определить местоположение и скорость объектов. За пользование услугами системы GPS не взимается ни абонентская плата, ни плата за подключение. Все, что нужно для пользования системой GPS – это приобрести GPS-приемник.
2. ГЛОНАСС (Глобальная навигационная спутниковая система) - система спутниковой навигации, принадлежащая министерству обороны России. Одна из двух полностью функционирующих систем. Для использования ГЛОНАСС, также как и для использования GPS, достаточно наличия пользовательского приёмника. ГЛОНАСС в приполярных областях работает лучше, чем GPS.
3. Бэйдоу - китайская система спутниковой навигации, находится на стадии запуска спутников. Особенность — небольшое количество спутников, находящихся на геостационарной орбите.
4. GALILEO - система спутниковой навигации Европейского союза, находящаяся на этапе создания спутниковой группировки.

Каждая из этих систем транслирует одни и те же данные на двух частотах. Это делается для того, чтобы вычислить ионосферную задержку, т.к. ионосферная задержка зависит от частоты и эта зависимость известна. Однако данные со второй частоты не доступны гражданскому пользователю, т.к. зашифрованы секретным ключом.

Важнейшими приложениями спутниковой навигации являются:

- геодезия, кадастровые работы: с помощью систем навигации определяются точные координаты границ земельных участков
- картография: построение карт при помощи систем спутниковой навигации
- навигация: с применением систем навигации осуществляется морская, дорожная, авиационная и другие виды навигации

- спутниковый мониторинг транспорта: с помощью систем навигации ведётся мониторинг за положением, скоростью автомобилей, контроль за их движением
- сотовая связь: в случае, когда телефон снабжён устройством спутниковой навигации, можно узнать его местоположение
- геофизические измерения: с помощью систем навигации ведутся наблюдения движений и колебаний литосферных плит

В каждой области, где используется та или иная система спутниковой навигации, существуют свои требования к точности нахождения местоположения. Например, при кадастровых работах необходимо, чтобы ошибка была не более 10 сантиметров. Напротив, в дорожной навигации, точности в 5 метров зачастую бывает достаточно. В соответствии с этими требованиями используются разные датчики и разные методы.

Существует несколько классов методов решения задач спутниковой навигации. В прошлом наиболее популярны были разностные методы. Для этих методов необходима как минимум одна наземная станция (т.е. приёмник, координаты которого известны), находящаяся достаточно близко к месту измерений. Эти методы позволяют алгебраическими преобразованиями сократить большинство ошибок, в частности можно сократить ионосферную и тропосферную задержки, ошибки часов спутников и приёмников. Однако, чем дальше от наземной станции производится подсчёт, тем меньше точность позиционирования. Это главный минус разностных методов, но тем не менее ранее им уделялось большое внимание и практически не рассматривались абсолютные методы, т.е. методы, использующие лишь один приёмник. Но ситуация начала меняться, когда стали появляться наземные службы, вычисляющие различные дополнительные данные, такие как точные орбиты спутников, погрешности часов спутников, атмосферные карты и др. На сегодняшний день самая большая такая служба — IGS (International GNSS Service, [13]). В последнее время стали приобретать популярность методы высокой точности (point precise positioning). Этот класс методов подразумевает учёт максимального числа данных для коррекций различных ошибок и задержек.

Нахождение местоположения в системе спутниковой навигации - это нахождение трёх координат. Наряду с этими величинами, можно измерить ряд относительных параметров при помощи инерциальных датчиков (IMU, inertial measurements unit): акселерометра, гироскопа и магнетометра. При помощи акселерометра можно измерить три координаты ускорения, при помощи гироскопа - три координаты угловых скорости, при помощи магнетометра - три координаты вектора магнитного склонения. Эти данные также могут быть использованы при решении навигационных уравнений. Системы, в которых координаты, подсчитанные приёмником спутниковой навигации, корректируются в соответствии с инерциальными данными, называют *слабо связанными системами*. *Сильно связанные системы* подразумевают коррекцию данных, полученных с приборов спутниковой навигации (до подсчёта местоположения) при помощи инерциальных датчиков.

Целью данной работы является разработка и реализация метода высокой точности для сильно связанной системы спутниковой навигации (одночастотный приёмник) и инерциальных датчиков в случае кинематических наблюдений. Необходимо учесть все возможные задержки и ошибки. Важной составляющей является коррекция ионосферной задержки при помощи карт ионосферы IONEX. Данный метод должен использовать данные, взятые с одночастотного приёмника спутниковой навигации, и данные, полученные с инерциальных MEMS-датчиков. Эти данные необходимо усреднить фильтром Калмана.

В разделе 2 настоящей работы приведены краткие сведения о базовых принципах спутниковой навигации, представлены классические способы решения навигационной за-

дачи. Обзор смежных работ представлен в 3 разделе. В разделе 4 представлен фильтр Калмана. Математическая модель метода высокой точности, разработанного авторами, описана в разделе 5. Приведены сравнительные данные, полученные разработанным методом и разностным методом, использующим двухчастотный приёмник. В заключении суммируются результаты работы и определяются направления дальнейшего развития представленного метода.

2 Классические методы позиционирования

Ниже описаны классические подходы к решению задач спутниковой навигации.

2.1 Определение местоположения методом пересечения сфер

Каждая система спутниковой навигации содержит не менее 24-ех спутников. Спутники постоянно передают пакеты, в которых закодировано время отправки и координаты спутника во время отправки. Скорость передачи данных известна — c (скорость света в вакууме). После получения пакета приёмник рассчитывает время прохождения сигнала $\Delta t = t_r - t_s$, где t_r — время получения, t_s — время отправки. Значит, расстояние от спутника (в момент отправки) до приёмника (в момент получения) есть произведение времени на скорость: $d = \Delta t \times c$. Следовательно, приёмник может быть на любой точке сферы радиуса d с центром в точке, где находился спутник во время отправки. Если добавить информацию со второго спутника, то приёмник будет находиться на пересечении двух сфер. Таким образом, добавив еще один излучатель, мы найдём точное местоположение. На (рис.1) схематично изображена такая ситуация.

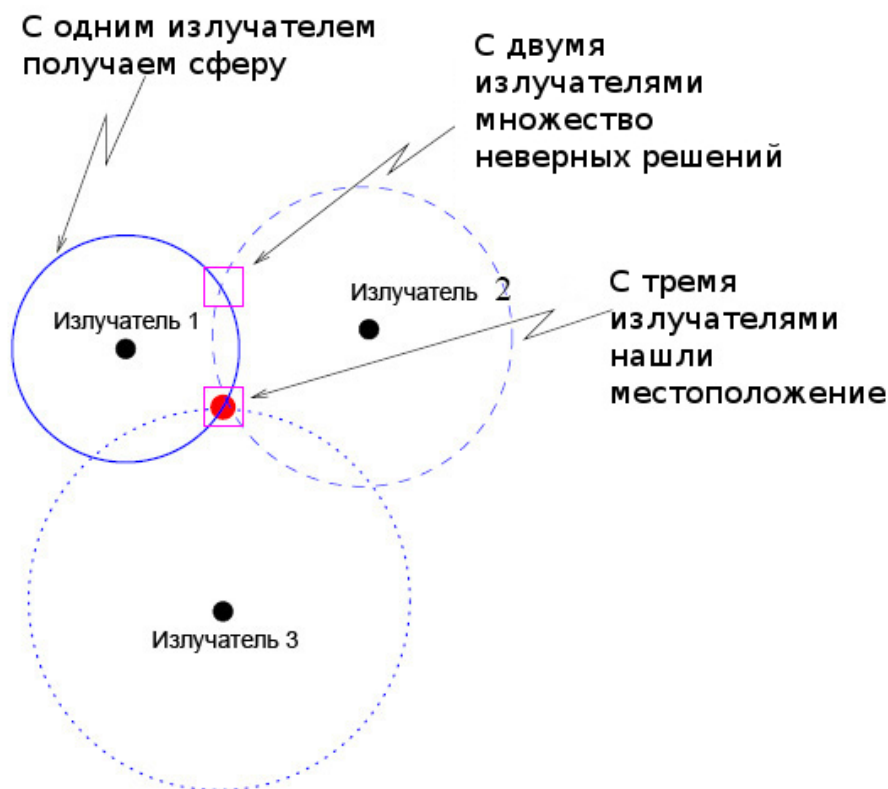


Рис. 1: Найдено местоположение путем пересечения трех сфер.

Однако таким способом найти точное местоположение невозможно. Это происходит по причине того, что расстояние от спутника до приёмника найдено не точно: в подсчёте присутствуют различные неучтённые ошибки и задержки, о которых подробнее будет рассказано в следующем параграфе.

Эта ситуация показана на (рис. 2).

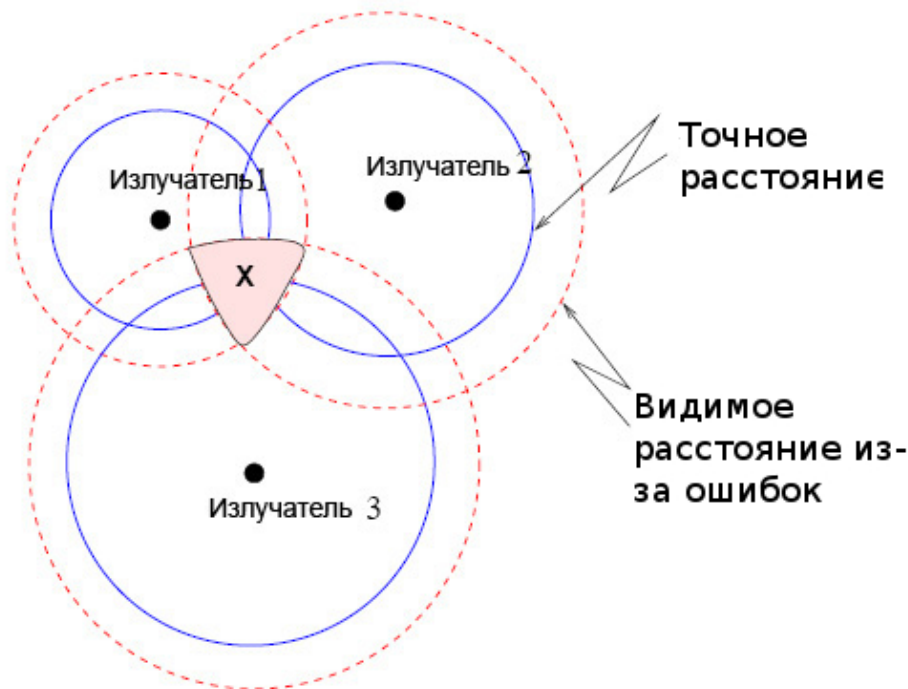


Рис. 2: Местоположение найдено не точно.

Чем больше ошибок будет исключено, тем точнее можно найти местоположение.

2.2 Ошибки измерений и их порядки

В этом параграфе будет представлена в аналитическом виде значительная часть ошибок и задержек, возникающих при измерении расстояния от спутника до приёмника.

Под *ошибкой* будем понимать какой-либо сдвиг координат спутника или часов приёмника и спутников. *Задержка* — эта ошибка, по причине которой изменилась скорость прохождения сигнала на каком-либо участке от спутника до приёмника.

Пусть у нас имеется приёмник и несколько спутников. Пусть имеется *общая временная шкала*, т.е. время, по которому выстроены часы спутников и приёмника. В качестве общей временной шкалы практически всегда берут среднее время по Гринвичу (время на нулевом меридиане). В соответствии с [6] будем называть *псевдодальностью* (*pseudorange*) величину

$$P_i = c \times [t(T_2) - t_i(T_1)] \quad (2.1)$$

где:

- c — скорость света в вакууме
- $t(T_2)$ - время получения сигнала приёмником по часам приёмника
- $t_i(T_1)$ - время отправления сигнала спутником по часам спутника номер i

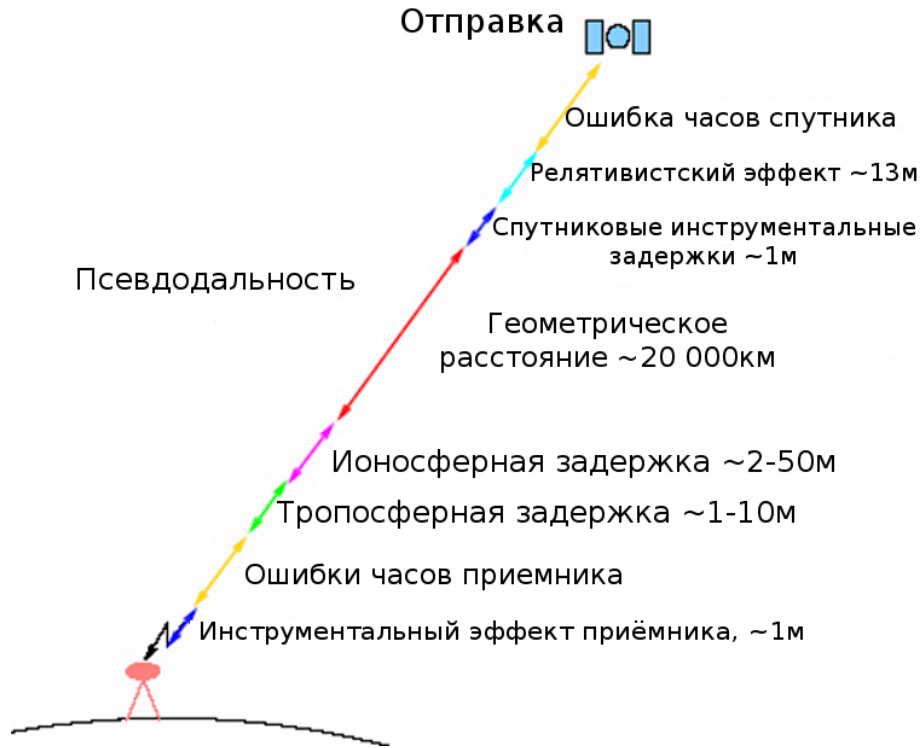


Рис. 3: Ошибки и их порядки.

Определяя расстояние от i -го спутника до приёмника, псевдодальность содержит также следующие ошибки: ошибку синхронизации часов спутника и приемника, задержку сигнала в атмосфере (тропосфера и ионосфера), релятивистский эффект, инструментальные задержки, помехи типа "повторных изображений" (multipath), интерференции и другое.

Учитывая выше написанное, перепишем уравнение (2.1) в виде:

$$P_i = \rho_i + c \times (dt - dt_i) + rel_i + T_i + \alpha \times I_i + K_i + M_i + \varepsilon_i \quad (2.2)$$

где:

- ρ_i — геометрическое расстояние от спутника номер i до приемника, т.е.

$$\rho_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2}$$

- dt — изменение часов приемника от общей временной шкалы
- dt_i — изменение часов i -го спутника от общей временной шкалы
- T_i — тропосферная задержка
- I_i — характеризует ионосферную задержку, α — множитель, который выражается через частоту сигнала f : $\alpha = 40.3/f^2$
- rel_i — релятивистский эффект
- K_i — инструментальная задержка, вызванная помехами спутника, не зависит от частоты

- M_i — эффект приема отраженного сигнала, зависит от частоты
- ε_i — неучтенные здесь ошибки

Подробное описание каждой из этих ошибок и задержек можно найти, например, в [6]. Большинство решений для коррекция ошибок реализованы в библиотеке GPSTk [14] (GPS tool kit).

2.3 Методы исключения ошибок

Существует несколько групп методов исключения ошибок и задержек. Эти методы могут применяться как по отдельности, так и в различных комбинациях.

2.3.1 Методы моделирования

Методы моделирования подразумевают непосредственный подсчёт той или иной ошибки в случае, когда это представляется возможным.

Следующие ошибки возможно подсчитать напрямую:

- коррекция координат в соответствии с геофизической моделью (приливы/отливы, движение литосферных плит и др.)
- коррекция тропосферной задержки
- учёт сдвига фазового центра приёмника и спутника
- коррекция инструментальных ошибок спутника (для каждого спутника может быть разная ошибка)
- коррекция релятивистского эффекта
- коррекция влияния гравитации других планет

Все вышеперечисленные коррекции реализованы в библиотеке GPSTk [14].

2.3.2 Двухчастотный приёмник

Двухчастотный приёмник — приёмник, принимающий со спутников одни и те же данные, но на разных частотах. Основная задача двухчастотного приёмника — исключение ионосферной задержки. Это возможно потому, что ионосферная задержка зависит от частоты и такая зависимость известна. В случае двухчастотного приёмника ионосферную задержку можно подсчитать напрямую.

Однако двухчастотный приёмник дорогой и не доступен для гражданского использования.

2.3.3 Разностные методы

Исключение каждой из вышеперечисленных ошибок представляется весьма трудоёмким занятием. Был изобретён класс методов, в которых все ошибки исключаются разом (полностью или частично), - *разностные методы*. При использовании этих методов необходимо наличие хотя бы одной наземной станции, местоположение которой известно (с

достаточной точностью). Исключение ошибок возможно благодаря предположению, проверенному эмпирическим путем, о том, что ошибки связанные с задержками в атмосфере коррелируют тем выше, чем ближе находятся приемники. Соответственно удаление приемников друг от друга ухудшает корреляцию и уменьшает точность позиционирования. Использование разностных методов в случае кинематических наблюдений имеет смысл в радиусе до 20-50 километров от базовой станции для двухчастотных приемников, для одночастотных — до 8-ми километров.

Подробную информацию о разностных методах можно найти в [3]. Мы же рассмотрим идею разностных методов на примере метода двойных разностей, в котором подразумевается наличие только одной наземной станции.

Пусть:

- имеется приёмник A - наземная станция, координаты которой известны
- имеется приёмник B , координаты которого необходимо найти
- станция A и приёмник B находятся достаточно близко
- каждый из приёмников наблюдает спутник номер 0 и спутник номер 1 одновременно (с точностью до нескольких секунд).

Алгоритм метода двойных разностей:

1. составляем уравнения типа (2.2) для обоих приемников для каждого спутника. Обозначим соответствующие псевдодальности: P_{A0} , P_{A1} , P_{B0} , P_{B1}
2. вычитаем уравнения для спутника номер 0: $P_{A0} - P_{B0}$. Вычитаем уравнения для спутника номер 1: $P_{A1} - P_{B1}$

В этих разностях сокращаются:

- ошибки часов спутника A
 - ошибки, вызванные помехами спутника A
 - частично атмосферные ошибки
3. вычитаем полученные разности: $(P_{A0} - P_{B0}) - (P_{A1} - P_{B1})$. Тут сокращаются
 - ошибки часов приёмников
 - ошибки, вызванные помехами приёмника
 4. Получили новое уравнение практически без ошибок.

Таким образом, разностные методы, и метод двойных разностей в частности, позволяют сразу избавиться практически от всех ошибок. Однако в этих методах необходимо иметь поблизости хотя бы одну наземную станцию. Это не всегда возможно, поэтому эти методы не применимы в таких областях, как мобильная картография.

2.3.4 Методы высокой точности

Метод высокой точности (PPP, point precise positioning) — метод нахождения местоположения в системе спутниковой навигации, относящийся к абсолютным (т.е. без использования наземных станций) методам позиционирования, важной особенностью которого является непосредственный подсчёт ошибок. Впервые PPP был разработан в 1997 году (см. [5]) для двухчастотного приёмника. Со временем он улучшался и ошибка определения местоположения 24-ёх часового статического наблюдения стала порядка 1-го сантиметра [3]. PPP уже представляет собой класс методов, каждый из которых подразумевает:

- наличие дополнительных данных с уточнёнными координатами спутников
- наличие данных об ошибках часов спутников
- полное или почти полное исключение ионосферной задержки
- наличие карт ионосферы и тропосферы
- наличие серии решений, которую можно усреднить фильтром Калмана

В случае двухчастотного приёмника в PPP возможно полное исключение ионосферной задержки. В случае одночастотного приёмника ионосферная задержка может быть подсчитана при помощи карт ионосферы IONEX [1].

PPP для двухчастотного приёмника в случае статических наблюдений реализован в библиотеке GPSTk [14].

3 Обзор работ

Основные принципы спутниковой навигации и простейшие способы решений навигационных уравнений хорошо представлены в [6]. Более подробное описание систем спутниковой навигации можно найти в [3], в этой работе представлен метод Банкрофта, позволяющий решить систему навигационных уравнений не линеаризуя её, также в этой работе описываются системы координат, способы подсчёта и передачи параметров спутниковых орбит, подробно описаны модели большинства ошибок и задержек, подробно представлен класс разностных методов. Основные идеи метода высокой точности с применением фильтра Калмана для двухчастотного приёмника представлены в [5].

На данный момент существует ряд реализаций метода высокой точности для статических наблюдений с использованием двухчастотного приёмника, некоторые из этих методов за 24-ех часовое наблюдение достигают сантиметровой точности ([3], стр. 255).

Метод высокой точности представленный в [9] реализован на языке программирования C++ в библиотеке GPSTk ([14], примеры 8 и 9). Этот метод использует данные с двухчастотного приёмника и имеет следующие особенности:

- не рассматриваются данные со спутников, угол над горизонтом которых менее 30 градусов.
- рассчитывается релятивистский эффект
- коррекция тропосферы производится в соответствии с моделью тропосферы Нейла [11]

- ионосферная задержка рассчитывается при помощи данных с двухчастотного приёмника
- данные усредняются фильтром Калмана
- метод подразумевает статические наблюдения

Экспериментальная точность данного метода составляет 4 сантиметра.

Ранее авторами был разработан метод высокой точности для статических наблюдений с использованием одночастотного приёмника [1]. В данной реализации ионосферная задержка рассчитывается при использовании данных о состоянии ионосферы IONEX. Экспериментальная точность данного метода в статическом случае составляет 40 сантиметров.

Слабо связанная система спутниковой навигации GPS и инерциальных датчиков описана в [8]. Описанный алгоритм рассчитан на использование шести параметров - трёх эйлеровых угла и три координаты ускорения, при этом считается, что эти параметры достаточно точны и поступают с частотой 75Гц. В экспериментах используется волоконно-оптический гироскоп. Разработанный алгоритм легко позволяет добавлять дополнительные сенсоры для улучшения позиционирования.

Системы спутниковой навигации GPS и инерциальных MEMS-датчиков (акселерометра и гироскопа) описана в [10]. В этой работе описываются слабосвязанные и сильносвязанные системы. Для устранения дрейфа гироскопа введены специальные переменные в вектор состояний - величины ошибок. Вследствие этого приходится моделировать сами ошибки, что увеличивает вычислительную сложность алгоритма.

В работе [12] описан DCM алгоритм, который позволяет быстро рассчитать эйлеровы углы на основе данных с инерциальных MEMS-датчиков. Особенностью этого алгоритма является коррекция дрейфа гироскопа при помощи данных, полученных с магнитометра.

4 Фильтр Калмана

В данной работе для усреднения серии наблюдений использован фильтр Калмана. Здесь дается краткое описание фильтра.

Определение 1 *Фильтр Калмана - эффективный (т.е. имеющий способ гарантированно достигать результат за конечное число действий) рекурсивный фильтр, оценивающий вектор состояния динамической системы, используя ряд неполных и зашумленных измерений. Назван в честь Рудольфа Калмана.*

Чтобы дать более полное определение фильтра Калмана, необходимо ввести ряд необходимых терминов и обозначений. Пусть имеется некоторый процесс, для которого существует физическая модель. Пусть также существуют некоторые измерения, связанные с этим процессом. Фильтр Калмана подразумевает дискретное время. В k -ый момент времени вектор состояний $x_k \in \mathbb{R}^n$ выражается через вектор состояний $(k - 1)$ -го момента времени x_{k-1} :

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_{k-1} + w_{k-1} \quad (4.1)$$

где:

- A - $n \times n$ матрица физической модели процесса

- B - $n \times s$ матрица управления процессом
- u - вектор управления размерности s
- w - вектор ошибки размерности n , характеризующий ошибку физической модели

Также в каждый момент времени мы можем получать измерения. Вектор измерений $z_k \in \mathbb{R}^m$ связан с вектором состояний следующим уравнением:

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (4.2)$$

где:

- z - вектор измерений размерности m
- H - $m \times n$ матрица, характеризующая связь вектора состояний с вектором измерений
- v - вектор ошибки размерности m , характеризующий ошибку измерений

Уравнения (4.1) задают какой-то физический процесс, а вектор z есть измерения, которые мы можем сделать какими-либо приборами. Уравнения (4.2) показывают связь вектора состояний с вектором измерений. Заметим, что в общем случае матрицы A , B , H могут зависеть от k , т.е. от времени. Матрица B может быть ненулевой только в случае, когда процессом управляют со стороны. В общем случае уравнения могут быть нелинейными, однако алгоритм Калмана подразумевает, что мы всегда их можем линеаризовать.

Вектора v и w считают случайными величинами с ковариационными матрицами R и Q соответственно. Эти матрицы тоже могут зависеть от времени k . Если компоненты вектора состояний не зависят друг от друга, то матрица R будет диагональной, а i -ый диагональный элемент будет обозначать средне квадратичную ошибку x_i . Аналогичное можно сказать про матрицу Q и вектор w .

Определение 2 Алгоритмом Калмана называется следующий двух-шаговый алгоритм вычисления состояния динамической системы (4.1), (4.2):

- первый шаг - предсказание (предикция, экстраполяция):

$$\hat{x}_k^- = A\hat{x}_{k-1} + Bu_{k-1}$$

$$P_k^- = AP_{k-1}A^T + Q$$

- второй шаг - коррекция:

$$K_k = P_k^- H^T (HP_k^- H^T + R)^{-1}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k(z_k - H\hat{x}_k^-) \quad (4.3)$$

$$P_k = (E - K_k H)P_k^-$$

Определение 3 Матрица K из алгоритма Калмана называется Калмановской матрицей усиления.

Матрица P из алгоритма Калмана является *ковариационной матрицей ошибки* вектора состояний x . Это означает, что на каждом шаге k вместе с вектором состояний x_k фильтр Калмана предоставляет возможность оценить точность этого состояния.

Первое приближение в этом алгоритме может быть любым. Однако наряду с вектором состояний на первом шаге мы должны задать и матрицу P . Если первое приближение (начальное условие) точное, то матрицу P следует задать нулевой и наоборот - если приближение не точное, то соответствующие ковариации вектора состояний $cov(x_i, x_j)$ будут большими числами.

Из уравнения (2) видно, что на первом шаге работы алгоритма Калмана происходит вычисления вектора состояний в следующий момент времени на основе лишь физической модели. Однако в (4.3) на втором шаге алгоритма происходит коррекция вектора состояний с учётом измерений. Следующая теорема говорит об оптимальности выбора матрицы Калмана.

Теорема 1 *Матрица K минимизирует сумму квадратов математических ожиданий ошибок оценки вектора состояния.*

Доказательство можно найти, к примеру, в [7].

5 Метод высокой точности для кинематических наблюдений

5.1 Описание метода

Для решения поставленной задачи был разработан *метод высокой точности для кинематических наблюдений*. Основные идеи этого метода:

- использовать фильтр Калана для кинематической серии наблюдений в системе спутниковой навигации
- в качестве физической модели использовать Ньютоновскую механику
- в качестве измерений использовать данные с прибора со спутникового навигатора (псевдодалности) и данные с инерциальных датчиков
- вектор состояний будет в себя включать 15 основных компонент: координаты, скорости, ускорения, углы поворота и вектор магнитного склонения
- вектор измерений будет в себя включать псевдодалности, ускорения, угловые скорости, вектор магнитного поля
- ковариационные матрицы будут диагональными, т.к. все величины считаются независимыми

Распишем ниже характеристики для фильтра Калмана. В данных выкладках считаем, что координаты местоположения и координаты магнитного склонения записаны в системе координат ECEF.

Обозначим подсчитанные в физической модели углы поворота относительно каждой из осей ν_x , ν_y и ν_z , а координаты вектора магнитного склонения m_x , m_y и m_z . В соответствии с выше написанным $\vec{x} = (x, y, z, v_x, v_y, v_z, a_x, a_y, a_z, \nu_x, \nu_y, \nu_z, m_x, m_y, m_z)$ —

вектор состояний, где x, y, z — координаты, v_x, v_y, v_z — скорости, a_x, a_y, a_z — ускорения приёмника. dt — количество секунд, прошедших между $(k-1)$ -ым и k -ым шагом.

Выпишем вектор измерений: $\vec{z} = (P_i, \dots, g'_x, g'_y, g'_z, a'_x, a'_y, a'_z, m'_x, m'_y, m'_z)$, где P_i — псевдодальность со спутника номер i (псевдодальностей может быть много), g'_x, g'_y, g'_z — угловые скорости (показания гироскопа), a'_x, a'_y, a'_z — ускорения (показания акселерометра), m'_x, m'_y, m'_z — вектор склонения магнитного поля (показания магнетометра). Штрихами помечены данные, полученные с инерциальных датчиков.

В соответствии с Ньютоновской механикой координаты будут меняться согласно с уравнениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_k = x_{k-1} + dtv_{x,k-1} + \frac{a_{x,k-1}dt^2}{2} \\ y_k = y_{k-1} + dtv_{y,k-1} + \frac{a_{y,k-1}dt^2}{2} \\ z_k = z_{k-1} + dtv_{z,k-1} + \frac{a_{z,k-1}dt^2}{2} \\ v_{x,k} = v_{x,k-1} + dta_{x,k-1} \\ v_{y,k} = v_{y,k-1} + dta_{y,k-1} \\ v_{z,k} = v_{z,k-1} + dta_{z,k-1} \end{array} \right.$$

Также в физической модели полагаем, что

$$a_k = a_{k-1}$$

Подсчёт углов поворота производится по следующим уравнениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nu_{x,k} = \arctg\left(\frac{y_k - y_{k-1}}{z_k - z_{k-1}}\right) \\ \nu_{y,k} = \arctg\left(\frac{x_k - x_{k-1}}{z_k - z_{k-1}}\right) \\ \nu_{z,k} = \arctg\left(\frac{y_k - y_{k-1}}{x_k - x_{k-1}}\right) \end{array} \right.$$

Таким образом показания магнитного склонения будут вычисляться по уравнениям:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{x,k} = m_{x,k-1} + (\nu_{x,k} - \nu_{x,k-1}) \\ m_{y,k} = m_{y,k-1} + (\nu_{y,k} - \nu_{y,k-1}) \\ m_{z,k} = m_{z,k-1} + (\nu_{z,k} - \nu_{z,k-1}) \end{array} \right.$$

Объединив эти уравнения в одну систему и линеаризовав нелинейные функции, мы получим матрицу для физической модели в фильтре Калмана.

Теперь необходимо определить ковариационную матрицу ошибки для физической модели. Считаем, что все величины, входящие в вектор состояний независимы. В соответствии с этим необходимо только выписать диагональные элементы этой матрицы. Ошибка ускорения накапливается пропорциональна промежутку времени dt , следовательно матрица Q будет выглядеть так:

$$Q_k = const \times \begin{pmatrix} \frac{dt^3}{6}E_3 & O_3 & O_3 & O_3 & O_3 \\ O_3 & \frac{dt^2}{2}E_3 & O_3 & O_3 & O_3 \\ O_3 & O_3 & dtE_3 & O_3 & O_3 \\ O_3 & O_3 & O_3 & \arctg\left(\frac{dt^3}{6}\right)E_3 & O_3 \\ O_3 & O_3 & O_3 & O_3 & \arctg\left(\frac{dt^3}{6}\right)E_3 \end{pmatrix}$$

где E_3 — единичная матрица размерности 3, O_3 — нулевая матрица размерности 3.

Далее необходимо связать данные измерений с вектором состояний. Псевдодальности связаны с координатами в соответствии со следующим уравнением:

$$P_i = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + (z - z_i)^2} + E_i \quad (5.1)$$

где x_i, y_i, z_i — координаты спутника в момент отправки пакета (известные числа), E_i — слагаемое, содержащие подсчитанные ошибки.

Показания акселерометра и манетометра связаны с вектором состояний следующими уравнениями:

$$\begin{cases} \vec{a} = T \times R \vec{a}' \\ \vec{m} = T \times R \vec{m}' \end{cases}$$

где R — матрица преобразования от системы координат, привязанной к инерциальным датчикам, к локальной системе координат. Матрица R найдена по ДСМ-алгоритму [12]. А матрица T — матрица преобразований от локальной системы координат к системе координат ECEF. И R , и T являются ортогональными матрицами поворота.

Показания гироскопа связаны с вектором состояний следующими уравнениями:

$$\begin{cases} g_{x,k} = \frac{v_{x,k} - v_{x,k-1}}{dt} \\ g_{y,k} = \frac{v_{y,k} - v_{y,k-1}}{dt} \\ g_{z,k} = \frac{v_{z,k} - v_{z,k-1}}{dt} \end{cases}$$

где

$$\vec{g}_k = T R \vec{g}_k'$$

Таким образом, линеаризовав уравнение (5.1), мы получим матрицу H для фильтра Калмана.

Осталось только выписать ковариационную матрицу для вектора измерений. Т.к. все величины, входящие в вектор измерений, независимы, то соответствующая ковариационная матрица R будет диагональной. На диагоналях будут стоять среднеквадратичные ошибки соответствующих измерений. Среднеквадратичные ошибки инерциальных датчиков можно узнать у производителя. Что касается ошибки определения псевдодальностей, то этот параметр должен отражать неучтённые ошибки.

Таким образом, получены все параметры для фильтра Калмана. В качестве начального приближения можно брать любые числа, но в этом случае их недостоверность должна быть обозначена большими числами в матрице P . В случае, когда мы не будем иметь данные с приборов спутниковой навигации, фильтр Калмана будет работать, но ошибка нахождения местоположения будет накапливаться.

Данный алгоритм был реализован на языке C++ при использовании библиотеки GPSTk [14]. Псевдодальности в векторе измерений скорректированы в соответствии с теми ошибками и задержками, которые можно исключить (полностью или частично). Ионосферная задержка подсчитана при помощи модуля IonexModel. Реализованный метод возможно применять в любой спутниковой системе, т.к. программа использует общий формат получаемых данных RINEX (receiver independent exchange).

5.2 Эксперименты

Проведены экспериментальные вычисления местоположения при помощи данного метода. В качестве прибора спутниковой навигации использован Ublox Antaris LEA-6T. В качестве инерциального датчика использован IMU Sparkfun 9DOF.



Рис. 4: Приёмник спутниковой навигации Ublox Antaris LEA-6T и инерциальный датчик Sparkfun 9DOF.

Для оценки точности метода подсчитано другое решение разностным методом при использовании двухчастотных приёмников. Для этого те же измерения сделаны двухчастотным приёмником Trimble 5700 [15] и установлена наземная станция с таким же приёмником. В этом случае, при использовании разностного метода, заявленная точность решения в кинематическом случае 50-60 мм. [15].

Проведён выезд по пути, длиной 48 километров. Среднеквадратичное отклонение решения разработанного метода от решения, полученного при помощи двухчастотного приёмника, составило 72.2 сантиметра. При этом среднеквадратичное отклонение решения без использования инерциальных данных от решения, полученного при помощи двухчастотного приёмника, составило 96.4 сантиметра. Таким образом использование инерциальных данных повышает точность позиционирования.

6 Заключение

В данной работе описывается разработка метода определения высокой точности для случая кинематических наблюдений с использованием одночастотного приёмника спутниковой навигации и инерциальных датчиков.

Для минимизации ошибок приборов спутниковой навигации и инерциальных датчиков использован фильтр Калмана.

Особенностью данного метода является использование всех девяти параметров с инерциального датчика в сильной связи с данными с приборов спутниковой навигации.

Другой особенностью разработанного метода является низкие требования к оборудованию. Вследствие этого можно использовать более дешёвое оборудование. Поэтому данный метод можно применять в таких областях, как мобильная картография — в ситуации, когда бригады картографов достаточно большие, и каждому необходим приёмник и при этом точности порядка дециметра как правило достаточно.

Проведены полевые испытания этого метода, проведены сравнения с разностным

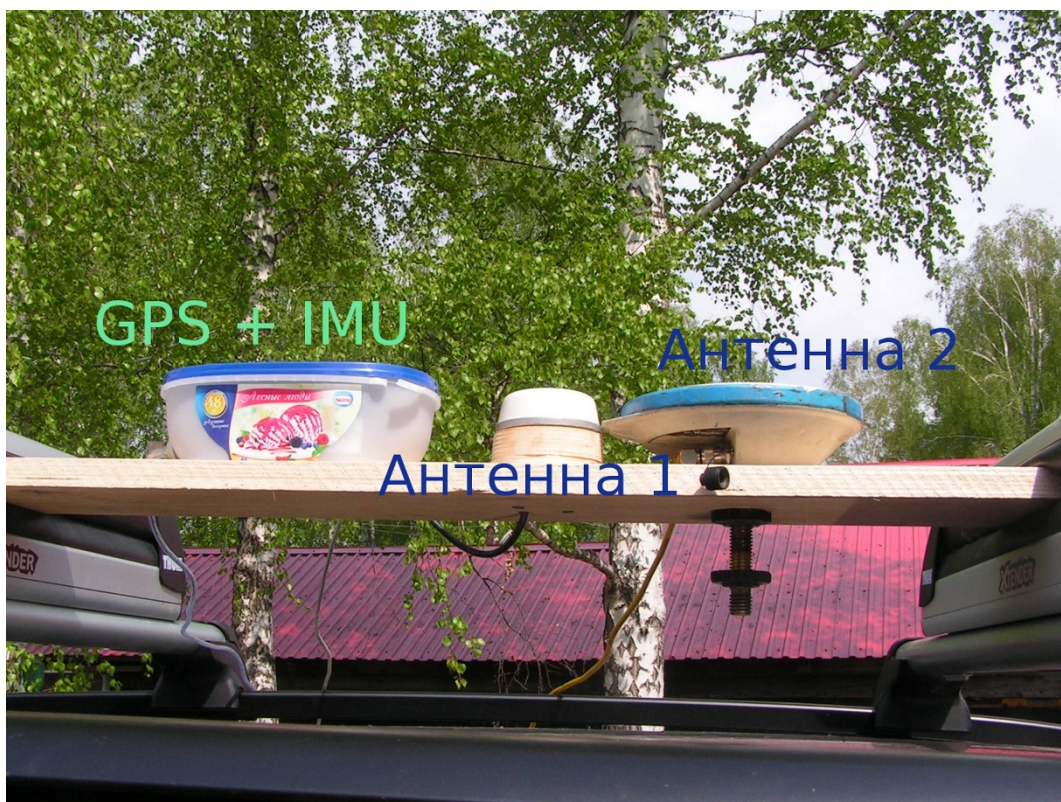


Рис. 5: Комплекс GPS+IMU, одночастотная антенна и двухчастотная антенна на крыше автомобиля.

методом на двухчастотном приёмнике — инерциальные датчики повышают точность позиционирования в среднем на 24 сантиметра в кинематическом случае.

Основное направление дальнейших работ — увеличение точности позиционирования при помощи одночастотных приёмников и проведение комплексных экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *А.С. Щабраков, Д.Ю. Першин*, Определение местоположения высокой точности для одночастотных приёмников ГЛОНАСС/GPS // Новосибирский государственный университет, МНСК-2009
2. *А.С. Щабраков, Д.Ю. Першин*, Определение местоположения высокой точности для одночастотных приемников спутниковой навигации с использованием инерциальных датчиков // Новосибирский государственный университет, МНСК-2011
3. *Alfred Leick*, GPS Satellite Surveying // John Wiley & Sons, Inc. 2004
4. *Chalermchon Satirapod, Somchai Kriengkraiwasin*, Performance of Open Source Precise Point Positioning Software Using Single-frequency GPS Data // Geo-Image Technology Research Unit Department of Survey Engineering Chulalongkorn University, Банкок, Тайланд, 2006.
5. *Boonsap Witchayangkoon*, Elements of GPS precise point positioning // Технологический университет имени Короля Монгкута, Банкок, 1992, университет Майна, 1997.

6. *Группа исследователей астрономии и геомастики*, GPS data processing: code and phase Algorithms, Techniques and Recipes // Барселона, Испания, 2001.
7. *Greg Welch and Gary Bishop*, An Introduction to the Kalman Filter // Университет Северной Каролины в Чапел-Хилл, 2006.
8. *Francois Caron, Emmanuel Duflos, Denis Pomorski, Philippe Vanheeghe*, GPS/IMU Data Fusion using Multisensor Kalman Filtering : Introduction of Contextual Aspects
9. *Kouba, J. and P. Heroux*, Precise Point Positioning using IGS Orbit and Clock Products // GPS Solutions, часть 5, стр. 2-28. Октябрь 2001.
10. *Shuang Du*, Integration of Precise Point Positioning and Low Cost MEMS IMU // UCGE Reports, Ноябрь 2010
11. *A.E. Niell*, Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay of Radio Wavelengths // J. Geophys. Res., 101, стр. 3227-3246, 1996
12. *William Premerlani and Paul Bizard*, Direction Cosine Matrix IMU: Theory
13. Международный сервис GNSS, <http://igs.cb.jpl.nasa.gov/>
14. Открытая библиотека GPSTk, <http://www.gps.tk.org/>
15. Двухчастотный приёмник Trimble 5700, <http://www.trimble.com/5700.shtml>